1) *Si $\overline{abc}$ es un cuadrado y cubo perfecto a la vez, calcula a + b + c.*

Solución:

Del enunciado:

$\overline{abc} = x^2; \quad x \in Z \wedge \overline{abc} = y^3; \quad y \in Z$

Analizando se concluye que:

$\overline{abc} = k^6; \quad k \in Z$

Sabemos que:

$10^2 \le \overline{abc} < 10^3$

$10^2 \le k^6 < 10^3$

$2,\ldots \le k < 3,\ldots$

$\downarrow$

3

$\overline{abc} = 3^6 = 729$

$\therefore a + b + c = 7 + 2 + 9 = 18$

CLAVE D) 18

2) *Calcule el residuo que se obtiene al dividir $285^4 \times 172$ entre 8.*

Solución:

Sea

$E = 285^4 \times 172 = \overset{o}{8} + r; \quad 0 \le r \le 7 \quad \wedge \quad r \in Z$

Entonces

$E = \left(\overset{o}{8} + 5\right)^4 \left(\overset{o}{8} + 4\right)$

$E = \left(\overset{o}{8} + 5^4\right)\left(\overset{o}{8} + 4\right)$

$E = \left(\overset{o}{8} + 625\right)\left(\overset{o}{8} + 4\right)$

$E = \left(\overset{o}{8} + 1\right)\left(\overset{o}{8} + 4\right)$

$E = \overset{o}{8} + 4$

Analizando se concluye que r = 4.
Por lo tanto, el residuo que se obtiene al dividir E entre 8 es 4.

CLAVE C) 4

3) *Señale cuál es el resto de dividir $\overline{AC}^{\overline{ACA}}$ entre 5, si $\overline{AC}^A = \overset{o}{5} + 2$ y $\overline{AC}^C = \overset{o}{5} + 3$*

Solución:

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \overline{AC}^{(100A + 10C + A)}$

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \left(\overline{AC}^{101A}\right) \bullet \left(\overline{AC}^{10C}\right)$

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \left(\overline{AC}^{A}\right)^{101} \bullet \left(\overline{AC}^{C}\right)^{10}$

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \left(\overset{o}{5} + 2\right)^{101} \bullet \left(\overset{o}{5} + 3\right)^{10}$

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \left(\overset{o}{5} + 2^{101}\right) \bullet \left(\overset{o}{5} + 3^{10}\right)$

Además

$2^{101} = 2^{100} \cdot 2 = \left(2^2\right)^{50} \cdot 2 = \left(\overset{o}{5} - 1\right)^{50} \cdot 2 = \left(\overset{o}{5} + 1\right) \cdot 2 = \overset{o}{5} + 2$

$3^{10} = \left(3^2\right)^5 = \left(\overset{o}{5} - 1\right)^5 = \overset{o}{5} - 1 = \overset{o}{5} + 4$

Reemplazando los valores calculados

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \left(\overset{o}{5} + \overset{o}{5} + 2\right) \bullet \left(\overset{o}{5} + \overset{o}{5} + 4\right)$

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \left(\overset{o}{5} + 2\right) \bullet \left(\overset{o}{5} + 4\right)$

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \overset{o}{5} + 8$

$\overline{AC}^{\overline{ACA}} = \overset{o}{5} + 3$

Por lo tanto el residuo es 3.

CLAVE D) 3

4) *Se tiene dos piezas cuadradas, donde el lado del cuadrado mide 9 cm y el perímetro del cuadrado grande es 12 veces el lado del cuadrado pequeño. ¿Cuál es el perímetro de la figura formada?*

Solución:

De los datos se tiene
Cuadrado pequeño: Su lado mide 9 cm
Lado del cuadrado grande = b
Perímetro del cuadrado grande: es 12 veces el lado del cuadrado pequeño.

$$4b = 12 \times 9$$
$$b = 27$$

Por lo tanto el perímetro de la figura formada es:

$$27 + (27 + 9) + 27 + (27 + 9) = 126$$

CLAVE A) 126 cm

5) *Calcula el MCD de $2^{12} - 1$ y $2^{8} - 1$ y da como respuesta la suma de sus cifras.*

Solución:

Debemos calcular el

$$\text{MCD}\left(\underbrace{2^{12}-1}_{4095} \; ; \; \underbrace{2^{8}-1}_{255}\right)$$

Entonces

$$4095 = 273 \times 15$$
$$255 = 17 \times 15$$

MCD(4095; 255) = 15
Por lo tanto, la suma de cifras de 15 es 1 + 5 = 6

CLAVE B) 6

6) *Las notas de Giovani en las prácticas del curso de Matemáticas son 12,8; 13,2; 11,4 y 16,6. En el examen parcial sacó 16,2 y en el examen final sacó 12,3. Calcula la nota promedio de Giovani en el curso de Matemáticas. Considera que:*

$$\left(\begin{array}{l}\text{promedio de}\\ \text{nota en el curso}\\ \text{de Matemática}\end{array}\right) = \frac{(\text{promedio de prácticas}) + \left(\begin{array}{c}\text{nota del}\\ \text{examen parcial}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{nota del}\\ \text{examen final}\end{array}\right)}{3}$$

Solución:

El promedio de prácticas se calcula así:

$$\frac{12,8 + 13,2 + 11,4 + 16,6}{4} = 13,5$$

Entonces

$$(\text{promedio de notas}) = \frac{13,5 + 16,2 + 12,3}{3} = 14$$

Por lo tanto la nota promedio de Giovani es 14,0

CLAVE C) 14,0

7) *Dada la siguiente distribución de frecuencias:*

$[L_i - L_s>$	f_i
$[16-32>$	*6*
$[32-48>$	*n*
$[48-64>$	*8*
$[64-80>$	*3n*
$[80-96>$	*3*

Se pide calcular el valor de "n" sabiendo que la moda es 60 y pertenece al tercer intervalo.

Solución:

Recordando cómo se calcula la Moda:

$$Mo = L_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times A_i$$

Reemplazando:

$$\underset{\downarrow}{60} = \underset{\downarrow}{48} + \frac{(8-n)}{(8-n)+(8-3n)} \times (64-48)$$

Se obtiene n = 2

CLAVE B) 2

8) *Hardy tiene una botella de 550 mL llena de agua; de ella consume primero los 3/5 del total y luego consume los 3/4 de lo que quedo en la botella. ¿En cuánto excede lo que consumió la segunda vez de lo que queda en la botella?*

Solución:

Del enunciado
– Volumen total de la botella: 550 mL

Diana primero consume $\frac{3}{5}(550mL) = 330mL$

Entonces queda en la botella
550 mL – 330 mL = 220 mL

Ahora Diana consume
$\frac{3}{4}(220mL) = 165mL$

Queda en la botella
220mL – 165mL = 55mL

Nos piden

$$\underbrace{\left(\begin{array}{c}\text{volumen que}\\ \text{consumió en}\\ \text{la segunda vez}\end{array}\right)}_{165mL} - \underbrace{\left(\begin{array}{c}\text{volumen que queda}\\ \text{luego de la segunda}\\ \text{vez que consumió}\end{array}\right)}_{55mL} = 110mL$$

CLAVE C) 110 mL

9) *Si* $\overline{b2ab} = \overset{o}{5} \wedge \overline{abb} = \overset{o}{9}$, *calcule el resto de dividir* $\overline{baa}$ *entre 7.*

Solución:

Observación: Un número es múltiplo de 5, cuando su última cifra es cero o cinco.
Se tiene (no puede ser b = 0 porque b es primera cifra para el numeral)

$\overline{b2ab} = \overset{o}{5} \rightarrow b = 5$

$\overline{abb} = \overset{o}{9}$

Se cumple

$a + b + b = \overset{o}{9}$

$a + 10 = \overset{o}{9} \rightarrow a = 8$

Nos piden: $\overline{baa} = 588$ entre 7.

$$\begin{array}{l|l} 588 & 7 \\ \underline{56} & 84 \\ \;\;28 & \\ \;\;\underline{28} & \\ \;\;\;0 & \end{array}$$

El residuo es 0.

CLAVE A) 0

10) *Una cañería puede llenar el estanque en 30 horas y otra en 18 horas. ¿En qué tiempo se puede llenar dicho estanque, si funcionan las 2 cañerías simultáneamente?*

Solución:

Supongamos que las cañerías llenan un depósito de volumen (W)

El caño A lo llena en 30 horas, entonces en una hora llenará: $\frac{W}{30}$

El caño B lo llena en 18 horas entonces en una hora llenará: $\frac{W}{18}$

Si funcionan las dos juntas en una hora llenarán: $\frac{W}{30}+\frac{W}{18}=\frac{8W}{90}$

Sea t el número de horas que emplean los dos juntos para llenar todo el depósito (W)
Entonces debe cumplir:

$$\left(\frac{8W}{90}\right)t=W$$

Sea "t" el número de horas que emplean los dos juntos para llenar todo el depósito (W)
Entonces debe cumplir:

$$\left(\frac{8W}{90}\right)t=W$$

$$t=\frac{90}{8}\rightarrow t=11\frac{1}{4}\text{ horas}$$

$$t=11\text{ horas}+\frac{1}{4}(60\text{ min})$$

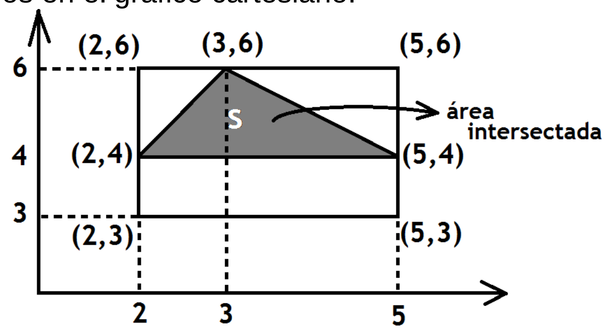
$$t=11\text{ horas}+15\text{ min}$$

CLAVE D) 11 horas y 15 minutos

11) *Los siguientes pares ordenados forman 2 figuras geométricas (2,3); (5,3); (2,6); (5,6) y (2,4); (5,4); (3,6). Halle la intersección de sus áreas.*

Solución:

Ubicando los pares ordenados en el gráfico cartesiano.



Calculamos el área intersectada (el triángulo)

$$S=\left(\frac{3\times 2}{2}\right)u^2=3u^2$$

CLAVE D) $3u^2$

12) *Si se cumple que el complemento aritmético de* $\overline{abc}$ *es* $4[\overline{c(b-4)(a+1)}]$, *calcule* $a^2+b^3+c^4$

Solución:

Si:

$$C.A\left(\overline{abc}\right) = 4[\overline{c(b-4)(a+1)}]$$
$$1000-\overline{abc} = 4[\overline{c(b-4)(a+1)}]$$
$$\downarrow\ \downarrow$$
$$1\ \ 2$$

Se observa que **c** es par porque $4\times[\overline{c(b-4)(a+1)}]$ es par, entonces c=2; si c=4, el producto de $4[\overline{c(b-4)(a+1)}]$ no cumpliría la condición.

Como c=2, entonces $4\times[\overline{c(b-4)(a+1)}]>800$ por lo tanto a=1, para que cumpla la condición reemplazando y descomponiendo polinómicamente.

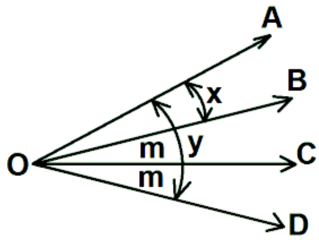
$$1000-\overline{1b2} = 4[\overline{2(b-4)(2)}]$$
$$1000-(102+10b) = 4(202+10b-40)$$
$$1000-102-10b = 648+40b$$
$$250 = 50b$$
$$b = 5$$

Nos piden:

$a^2+b^3+c^4 = 1^2+5^3+2^4 = 142$

CLAVE D) 142

13) *En el siguiente gráfico,* $\overline{OC}$ *es bisectriz del* $\sphericalangle BOD$ *y la suma de los ángulos* $A\hat{O}B$ *y* $A\hat{O}D$ *es 86º. Calcula la medida del* $\sphericalangle AOC$



Solución:

Ordenando los datos:

Nos piden: $\sphericalangle AOC = x+m$

Sabiendo que: $\sphericalangle AOB + \sphericalangle AOD = 86º$

Del gráfico:

$\sphericalangle AOB = x$

$\sphericalangle AOD = x+m+m = x+2m$

Reemplazamos:

$$\sphericalangle AOB + \sphericalangle AOD = 86º$$
$$x + x+2m = 86º$$
$$2x+2m = 86º$$
$$2(x+m) = 86º$$
$$x+m = 43º$$

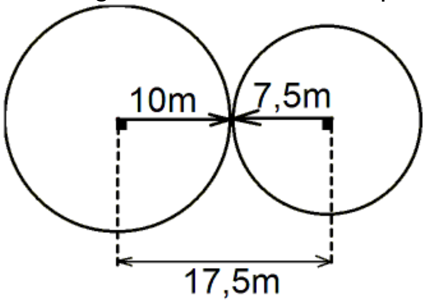
Nos piden: $\sphericalangle AOC = x+m = 43º$

CLAVE B) 43º

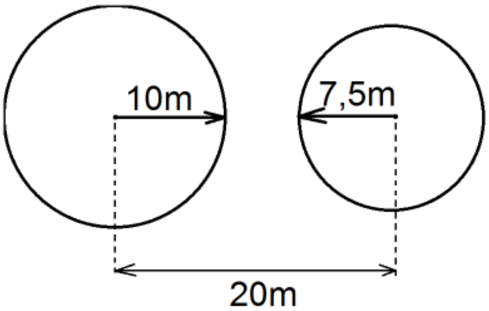
14) *Los diámetros de dos circunferencias situadas en el mismo plano miden 20m y 15m. Si la distancia de los centros mide 20 m. ¿Cuáles son las posiciones de las dos circunferencias?*

Solución:

Condición: La distancia de los centros es de 20 metros.
Graficando las circunferencias como tangentes externamente para medir la distancia de los centros.



La condición se cumple cuando:



Por lo tanto, son circunferencias exteriores.

CLAVE E) Exteriores.

15) En un teatro se observa que de todas las personas presentes, el 30% son mujeres y de los hombres el 40% son solteros. Si hay 84 casados, la cantidad de mujeres que hay en el teatro, es:

Solución:

Sea "T" la cantidad de personas presentes en el teatro.
Si el 30% son mujeres, entonces el 70% son hombres:
Mujeres = 30%(T)
Hombres = 70%(T)

De los hombres el 40% son solteros, entonces el 60% son casados:
Hombres solteros = 40%[70%(T)]
Hombres casados = 60%[70%(T)]

Pero hay 84 hombres casados:
Hombres casados = 60%[70%(T)] = 84

$$\frac{60}{100}\left[\frac{70}{100}(T)\right]=84$$

$$\frac{42}{100}(T)=42\times 2$$

$$T=200$$

Por lo tanto hay 200 personas presentes en el teatro.

Nos piden:

Mujeres = $\frac{30}{100}(200)=60$

CLAVE C) 60

16) Giovani le pregunta a su hijo Daniel sobre cuánto había gastado de los 35 soles que le dio por su cumpleaños. Daniel le contesta: "GASTÉ el 75% de lo que No GASTE". ¿Cuánto gastó Daniel?

Solución:

$\text{GASTE} + \text{NoGASTE} = 35$

Pero: $\text{GASTE} = 75\%(\text{NoGASTE}) = \frac{75}{100}(\text{NoGASTE}) = \frac{3}{4}(\text{NoGASTE})$

$\rightarrow \text{NoGASTE} = \frac{4}{3}(\text{GASTE})$

Reemplazamos:

$$\text{GASTE} + \frac{4}{3}(\text{GASTE}) = 35$$
$$\frac{7}{3}(\text{GASTE}) = 35$$
$$\text{GASTE} = 15$$

CLAVE D) 15

17) Con los números naturales se forman grupos de números del modo siguiente:
PRIMER GRUPO: (1; 2)
SEGUNDO GRUPO: (2; 3; 4)
TERCER GRUPO: (3; 4; 5; 6)
CUARTO GRUPO: (4; 5; 6; 7; 8)
Y así sucesivamente, ¿cuánto es la suma de los números que conforman el DECIMO GRUPO?

Solución:

Se deduce fácilmente que:

DECIMO GRUPO: $(\underbrace{10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20}_{(10+1)\text{ números}})$

Nos piden: 10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20 = 165

CLAVE D) 165

18) Si:

$\boxed{2a} = a + a - 1$

Además:

$a - 1 = 2\boxed{a+5} - a + 3$

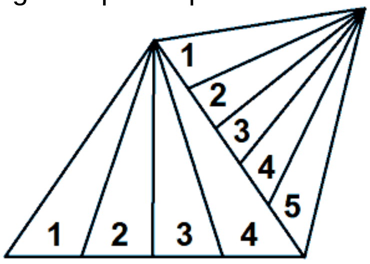
El valor de $\boxed{12}$ es:

Solución:

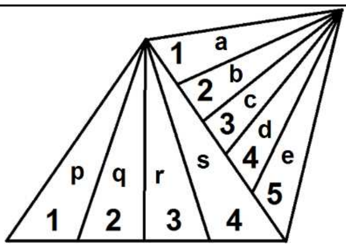
Si a=6 en:	Si a=7 en:	Nos piden el valor de $\boxed{12}$, entonces reemplazamos a 6 :
$\boxed{2a} = a + a - 1$	$a-1 = 2\boxed{a+5} - a + 3$	$\boxed{12} = (2\times\boxed{12} - 4) + 5$
$\boxed{2\text{x}6} = 6 + 6 - 1$	$7-1 = 2\boxed{12} - 7 + 3$	$\boxed{12} = 2\times\boxed{12} - 4 + 5$
$\boxed{12} = 6 + 5$	$6 = 2\boxed{12} - 4$	$\boxed{12} = 2\times\boxed{12} + 1$
	$6 = 2\times\boxed{12} - 4$	$\rightarrow \boxed{12} = -1$

CLAVE E) –1

19) El máximo número de triángulos que se pueden contar en la figura, es:



Solución:

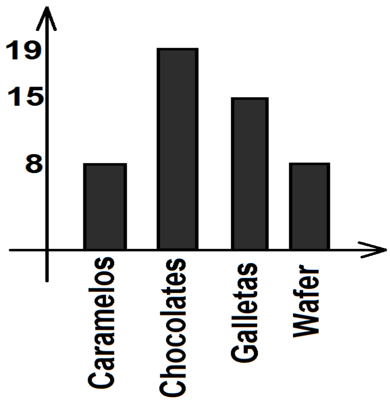


Triángulos con 1 letra: a; b; c; d; e; p; q; r; s → 9 triángulos
Triángulos con 2 letras: ab; bc; cd; de; pq; qr; rs → 7 triángulos
Triángulos con 3 letras: abc; bcd; cde; pqr; qrs → 5 triángulos
Triángulos con 4 letras: abcd; bcde; pqrs → 3 triángulos
Triángulos con 5 letras: abcde → 1 triángulo

En total se puede contar como máximo 25 triángulos.

CLAVE E) 25 triángulos.

20) El siguiente gráfico muestra los dulces que consume un grupo de niños del Jan Komensky durante recreo:
Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
I. El número de niños que consumen chocolates es excedido en 11 por el número de niños que consumen caramelos.
II. La cantidad de niños que consumen chocolates es 19.
III. La cantidad de niños que consumen caramelos es igual a la cantidad de niños que consumen wafer.
IV. El total de niños encuestados es 42.



Solución:

I. El número de niños que consumen chocolates es excedido en 11 por el número de niños que consumen caramelos. **Falso, porque el número de niños que comen caramelos, es excedido en 11 por el número de niños que comen chocolates.**
II. La cantidad de niños que consumen chocolates es 19. **Verdadero.**
III. La cantidad de niños que consumen caramelos es igual a la cantidad de niños que consumen wafer. **Verdadero.**
IV. El total de niños encuestados es 42. **Falso, son 50 niños los encuestados.**

CLAVE C) FVVF